

2026年度 入学試験問題

数 学

【注意事項】

- 1 係員の指示があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は、12 ページ、解答用紙は4 枚あります。
- 3 落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所などがあつたときは、手を挙げて係員に申し出て下さい。
- 4 各解答用紙(4 枚)の受験番号欄に受験番号を数字で記入して下さい。
- 5 解答は必ず各問題別の解答用紙の所定の欄に記入して下さい。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してかまいませんが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了時刻まで退室してはいけません。
- 8 解答用紙は持ち帰ってはいけません。その他は持ち帰って下さい。

1 以下の空欄をうめよ。

(1)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos \theta \cos(\pi \sin \theta) d\theta$  を求めると  である。

(2) 3次方程式  $2x^3 - 3x^2 - 12x + 5 - a = 0$  が1つの正の解と異なる2つの負の解をもつとき、定数  $a$  の値の範囲は  である。

(3) 複素数  $z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 + i}$  に対して、 $z^n$  が正の整数となるような最小の正の整数  $n$  は  である。ただし、 $i$  は虚数単位とする。

(4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+4} + \dots + \frac{1}{n+2n} \right)$  を求めると  である。

(5) ある自然数  $n$  に対して  $p^3 + 171^2 = n^2$  を満たすような素数  $p$  をすべて求めると  である。

(6) 不等式  $\log_2 x - 6 \log_x 2 \geq 1$  を解くと  である。

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

2 数列  $\{a_n\}$  が

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} - a_{n+1} = 6(a_{n+1} - a_n) - 2^{n+3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められるとき、以下の問いに答えよ。

(1)  $b_n = \frac{a_{n+1} - a_n}{2^n}$  とおくと、 $b_1$  を求めよ。

イ

(2)  $b_{n+1}$  を  $b_n$  の式で表せ。

ロ

(3)  $b_n$  を  $n$  の式で表せ。

ハ

(4)  $a_n$  を  $n$  の式で表せ。

ニ

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

**3** 3つのサイコロを同時に投げ、出た目のうち最小の数を  $S$ 、最大の数を  $L$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1)  $S = 1$  となる確率を求めよ。

イ

(2)  $L = 4$  となる確率を求めよ。

ロ

(3)  $S = 1$  かつ  $L = 4$  となる確率を求めよ。

ハ

(4)  $L = 4$  であったとき、 $S = 1$  となる確率を求めよ。

ニ

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

4  $\triangle OAB$ において、辺  $OA$  の中点を  $M$ 、辺  $OB$  を  $2:1$  に内分する点を  $N$  とし、線分  $MB$  と線分  $AN$  の交点を  $P$  とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$  とおく。以下の空欄をうめよ。

(1)  $\vec{OP}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  を用いて表すと、 $\vec{OP} = \boxed{\text{イ}}$  である。

以下ではさらに、空間内に  $\triangle OAB$  を含む四面体  $OABC$  を考え、 $k$  を実数として線分  $PC$  を  $1-k:k$  に内分する点を  $Q$  とする。 $\vec{OC} = \vec{c}$  とおく。 $OA = 4$ 、 $OB = 6$ 、 $OC = \sqrt{13}$ 、 $\angle AOB = 60^\circ$ 、 $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$  とする。

(2)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ロ}}$  である。

(3)  $\vec{OQ}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 、 $k$  を用いて表すと、 $\vec{OQ} = \boxed{\text{ハ}}$  である。

(4) 直線  $PC$  と直線  $OQ$  が直交するとき、 $k = \boxed{\text{ニ}}$  である。

(5) 点  $O$  と直線  $PC$  上の点との距離の最小値は  $\boxed{\text{ホ}}$  である。

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

5 関数  $f(x) = x^2 e^{-x}$  を考える。曲線  $y = f(x)$  を  $C$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。(結論に至る過程も記述すること。)

- (1)  $f(x)$  の増減、極値を調べて、 $C$  を座標平面上に描け。ただし、 $C$  の凹凸、変曲点は調べなくてもよい。また、 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$  を用いてもよい。
- (2) 原点を通り、 $C$  に接し、接点の  $x$  座標が正であるような直線を  $l$  とする。 $l$  と  $C$  で囲まれた部分の面積を求めよ。

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

6 数列  $\{a_n\}$  を次のように定義する。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n^2 + 2a_n + 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、すべての自然数  $n$  に対して、 $a_n$  を 6 で割ると 1 または 5 余ることを、数学的帰納法を用いて証明せよ。

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)